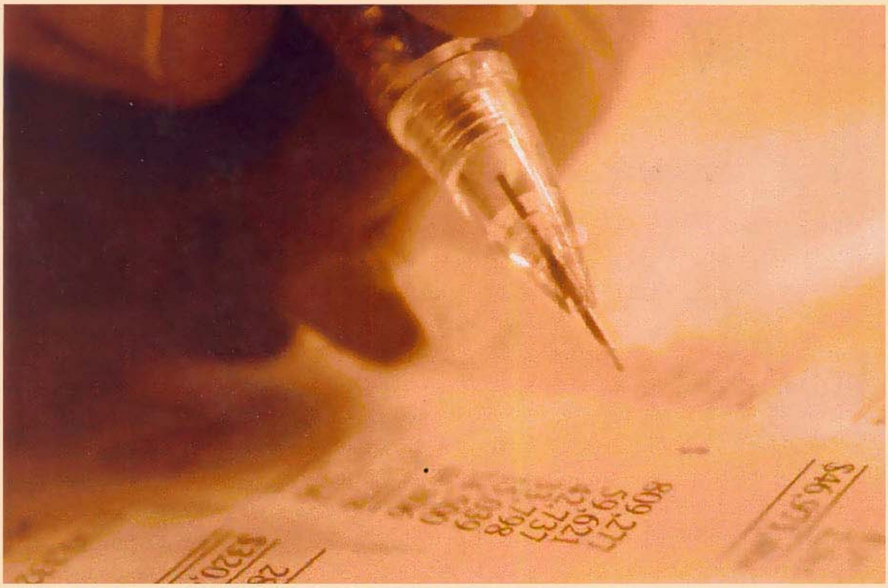
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ



Β΄ ΕΚΔΟΣΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Π.Ε. ΠΕΤΡΑΚΗΣ

QUAESTOR

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ Α: ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

ΜΕΡΟΣ Β: ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΜΕΡΟΣ Γ: ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ *1*

ΤΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΛΗΨΕΩΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΙ Η ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΟΣ

Στο 1ο Κεφάλαιο περιέχονται ασκήσεις που αφορούν:

- *τη διαδικασία διαχείρισης χρηματορροών,*
- *διαδικασία λήψεως χρηματοδοτικών και ιδιαίτερα επιχειρηματικών αποφάσεων,*
- *το θεωρητικό υπόβαθρο της επιλογής μεταξύ κατανάλωσης και επένδυσης, που αποτελεί και τον θεμέλιο λίθο της διαδικασίας λήψεως επενδυτικών αποφάσεων,*
- *της χρονικής αξίας του χρήματος και των αποφάσεων μεγέθυνσης της επιχειρηματικής μονάδας,*
- *έννοια της επένδυσης ως χρηματοοικονομικής ροής, γεγονός που θα επιτρέψει τη χρήση των χρηματοοικονομικών ροών για την εφαρμογή των τεχνικών προεξόφλησης.*

Άσκηση 1

Υποθέστε ότι η χρονική αξία του χρήματος είναι 0,05. Να βρεθεί η Παρούσα Αξία (PV) ποσού €100:

i) Σε 1 χρόνο από τώρα.

ii) Αμέσως.

iii) Στο τέλος των 5 χρόνων.

iv) Στην αρχή του $6^{ου}$ χρόνου.

v) Στο τέλος 50 χρόνων από τώρα.

vi) Στο τέλος των 50 χρόνων, αν η χρονική αξία του χρήματος είναι 0,10.

Λύση

i)

Σε ένα χρόνο από τώρα:

$$\frac{100}{(1+0,05)^1} = €95,24$$

ii)

Αμέσως:

$$\frac{100}{(1+0,05)^0} = €100,00$$

iii)

Σε πέντε χρόνια από τώρα:

$$\frac{100}{(1+0,05)^5} = €78,35$$

iv)

Στην αρχή του 6ου χρόνου:

$$\frac{100}{(1+0,05)^5} = €78,35$$

v)

Σε πενήντα χρόνια από τώρα:

$$\frac{100}{(1+0,05)^{50}} = €8,72$$

vi)

Σε πενήντα χρόνια από τώρα, με τόκο 0,10:

$$\frac{100}{(1+0,10)^{50}} = €0,85$$

Άσκηση 2

Ας υποθέσουμε ότι η χρονική αξία του χρήματος είναι 15%. Ποια είναι η δόση που πρέπει να καταβάλλουμε στο τέλος του κάθε χρόνου και, για 20 χρόνια από σήμερα, για να εισπράξουμε 1.000.000 νομισματικές μονάδες (ν.μ.) στο τέλος του 20^{ου} χρόνου;

Λύση

Σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο, έχουμε:

$$\text{Π.Α.} = \frac{\text{Μ.Α.}}{(1+r)^n} \Rightarrow$$

$$\text{Π.Α.} = \frac{1.000.000}{(1+0,15)^{20}} \Rightarrow$$

$$\text{Π.Α.} = 61.100,279$$

Άρα, 61.100,279 ν.μ. πρέπει να καταβάλλουμε στο τέλος του κάθε χρόνου και, για 20 χρόνια από σήμερα, για να εισπράξουμε 1.000.000 ν.μ. στο τέλος του 20ου χρόνου.

Άσκηση 3

Ας υποθέσουμε ότι η χρονική αξία του χρήματος είναι 10%. Εξηγήστε αν θα πρέπει ένας επενδυτής να είναι αδιάφορος μεταξύ του να επενδύσει ένα ποσόν 1.000 ν.μ. ή όχι, για κάθε μία από τις δύο παρακάτω επενδυτικές επιλογές:

i) Σε μια πενταετή ομολογία, που θα πληρώσει τόκο 100 ν.μ. το χρόνο και για πέντε χρόνια και, 1.000 ν.μ. στην λήξη της.

ii) Να έχει τα χρήματά του (1.000 ν.μ.) στην τράπεζα με 10% το χρόνο.

Λύση

i)

Έτη	**Ροές**	**Συντ/στής προεξ.**	**Π.Α.**
1	100	0,90909	90,9091
2	100	0,82645	82,6446
3	100	0,75131	75,1315
4	100	0,68301	68,3013
5	1100	0,62092	683,013
		Σύνολο Π.Α.:	1.000

Ο επενδυτής είναι αδιάφορος μεταξύ της επένδυσης (πενταετή ομολογία) και της μη επένδυσης.

ii)

Έτη	Ροές	Συντ/στής προεξ.	Π.Α.
1	100	0,90909	90,9091
2	110	0,82645	90,9091
3	121	0,75131	90,9091
4	133,1	0,68301	90,9091
5	1146,41	0,62092	711,83
		Σύνολο Π.Α.:	1075,47

Ο επενδυτής επιλέγει να επενδύσει (χρήματα στη τράπεζα) διότι, έχει κέρδος:

$$\text{Κέρδος} = 1.075,47 - 1.000 = 75,47 \text{ ν.μ.}$$

Άσκηση 4

Υποθέστε ότι, η χρονική αξία του χρήματος είναι 10%. Αναφέρετε ποια επένδυση θα προτιμούσε ένας επενδυτής:

i) €10.000 σήμερα ή €1.000 κάθε χρόνο και «για πάντα» (Πρώτη καταβολή στο τέλος της πρώτης περιόδου);

ii) €10.000 σήμερα ή €1.100 κάθε χρόνο και «για πάντα» (Πρώτη καταβολή στο τέλος της πρώτης περιόδου);

iii) €10.000 σήμερα ή €900 κάθε χρόνο και «για πάντα» (Πρώτη καταβολή στην αρχή της πρώτης περιόδου);

Λύση

i)

Σύμφωνα με τον τύπο:

$$\text{Π.Α.} = \frac{\text{Μ.Α.}}{r}$$

έχουμε:

$$\text{Π.Α.} = \frac{1.000}{0{,}10} = €10.000$$

Ο επενδυτής είναι αδιάφορος διότι, η Παρούσα Αξία (Π.Α.) των €1.000 είναι €10.000.

ii)

Σύμφωνα με τον τύπο:

$$\text{Π.Α.} = \frac{\text{Μ.Α.}}{r}$$

έχουμε:

$$\text{Π.Α.} = \frac{1.100}{0{,}10} = €11.000$$

Επειδή, η Παρούσα Αξία (Π.Α.) των €1.100 είναι €11.000, ο επενδυτής θα προτιμούσε να εισπράττει €1.100 κάθε χρόνο.

iii)

Σύμφωνα με τον τύπο:

$$\text{Π.Α.} = \frac{\text{Μ.Α.}}{r}$$

έχουμε:

$$\text{Π.Α.} = \frac{900}{0{,}10} = €9.000$$

Επειδή, η Παρούσα Αξία (Π.Α.) των €900 είναι €9.000, ο επενδυτής θα προτιμούσε να εισπράξει €10.000 σήμερα.

Μια εναλλακτική λύση είναι, ο επενδυτής να εισπράξει τα €10.000 σήμερα και να δαπανήσει τα €900. Στη συνέχεια, να επενδύσει τα €9.100, κερδίζοντας με αυτό τον τρόπο €910 (€9.100/0,10) κάθε χρόνο.

Άσκηση 5

i) Ποια είναι η Παρούσα Αξία (Π.Α.) μιας χρηματοροής που αποδίδει 30.000 ν.μ. το χρόνο, για τα δέκα πρώτα χρόνια και, 50.000 ν.μ. για τα επόμενα είκοσι χρόνια;

ii) Με την χρήση των δεδομένων του πρώτου ερωτήματος, να βρεθεί η Μελλοντική Αξία (Μ.Α.) αν, η χρηματοροή ήταν 50.000 ν.μ., για τριάντα χρόνια και, η Παρούσα Αξία (Π.Α.) εάν, η χρηματοροή των 50.000 ν.μ. ήταν έπ' άπειρον.

Η χρονική αξία του χρήματος είναι 10%.

Λύση

i)

Η Παρούσα Αξία μας αποτελείται από δύο ράντες. Η πρώτη είναι με 30.000 ν.μ. το χρόνο, για 30 έτη ενώ, η δεύτερη, με 20.000 ν.μ. το χρόνο, για 20 έτη, με ταυτόχρονη μεταφορά στην περίοδο μηδέν. Έχουμε:

$$\text{Π.Α.} = [\text{Μ.Α.}_1 \times \Delta(n,r)] + [\text{Μ.Α.}_2 \times \Delta(n,r) \times B(n,r)] \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.} = [30.000 \times \Delta(30,10\%)] + [20.000 \times \Delta(20,10\%) \times B(10,10\%)] \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.} = [30.000 \times 9,4269] + [20.000 \times 8,5136 \times 0,3855] \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.} = 348.454,38$$

Η Παρούσα Αξία (Π.Α.) της χρηματοροής είναι 348.454,38 ν.μ.

ii)

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του πρώτου ερωτήματος, για την πρώτη περίπτωση έχουμε:

$$\text{Μ.Α.} = \text{Π.Α.} \times A(n,r) \Rightarrow$$
$$\text{Μ.Α.} = \text{Π.Α.} \times A(30{,}10\%) \Rightarrow$$
$$\text{Μ.Α.} = 348.454{,}38 \times 17{,}4494 \Rightarrow$$
$$\text{Μ.Α.} = 6.080.320{,}674$$

Η Μελλοντική Αξία (Μ.Α.) της χρηματοροής, για τριάντα χρόνια, είναι 6.080.320,674 ν.μ.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του πρώτου ερωτήματος, για την δεύτερη περίπτωση έχουμε:

$$\text{Π.Α.} = \text{Μ.Α.}_1 \times \Delta(n,r) + \text{Μ.Α.}_2 / r \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.} = 30.000 \times \Delta(10{,}10\%) + 50.000/0{,}1 \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.} = 30.000 \times 6{,}1446 + 50.000/0{,}1 \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.} = 684.337{,}0133$$

Άσκηση 6

Έχετε την δυνατότητα να επενδύσετε 500.000 ν.μ., για 15 χρόνια, με τους εξής τρεις τρόπους:

i) Με ετήσιο επιτόκιο 10%,

ii) Με ετήσιο επιτόκιο 9,8%, ανατοκιζόμενο δύο φορές το χρόνο,

iii) Με ετήσιο επιτόκιο 9,4%, ανατοκιζόμενο τέσσερις φορές το χρόνο.

Ποια από τις τρεις περιπτώσεις θα επιλέγατε;

Λύση

Η μελλοντική αξία δίνεται από τον τύπο:

$$V_{r,n} = [P_0 \times (1 + r/q)^{q \times n}]$$

όπου: **$V_{r,n}$:** Τελικό ποσό ανατοκισμού.

P_o : Παρούσα αξία.

r : Επιτόκιο.

q : Ο αριθμός των ανατοκισμών μέσα στο χρόνο.

n : Η διάρκεια ζωής ενός επενδυτικού προγράμματος.

i)

$$V_{10\%,15} = [500.000 \times (1 + 0,1/1)^{1 \times 15} \Rightarrow$$
$$V_{10\%,15} = 500.000 \times (4,1772) \Rightarrow$$
$$V_{10\%,15} = 2.088.624,08$$

ii)

$$V_{9,8\%,15} = 500.000 \times (1 + 0,098/2)^{2 \times 15} \Rightarrow$$
$$V_{9,8\%,15} = 500.000 \times (4,200149) \Rightarrow$$
$$V_{9,8\%,15} = 2.100.074,25$$

iii)

$$V_{9,4\%,15} = 500.000 \times (1 + 0,094/4)^{4 \times 15} \Rightarrow$$
$$V_{9,4\%,15} = 500.000 \times (4,02968) \Rightarrow$$
$$V_{9,4\%,15} = 2.014.841,21$$

Συνεπώς, επιλέγουμε την περίπτωση (ii).

Άσκηση 7

Θέλετε να αγοράσετε ένα αυτοκίνητο του οποίου η τιμή είναι 2.200.000 ν.μ., προκαταβάλλοντας το 35% της αξίας αυτού και συμφωνώντας να καταβάλλεται το υπόλοιπο ποσό σε δεκαοχτώ (18) ίσες μηνιαίες δόσεις, που θα περιλαμβάνουν χρεολύσιο πλέον με τόκο προς 1,711% μηνιαίως, ανατοκιζόμενο στο ανεξόφλητο υπόλοιπο του ποσού (δηλαδή, μηνιαίος ανατοκισμός). Πόσο θα είναι το ύψος των μηνιαίων δόσεων (C);

Λύση

Προκαταβάλλουμε το 35% της αξίας (δηλαδή, 2.200.000 x 0,35= 770.000). Για το υπόλοιπο ποσό, έχουμε :

$$
\begin{aligned}
&\text{Π.Α.} = C \times \Delta(n,r) \Rightarrow \\
&C = \frac{\text{Π.Α.}}{\Delta(18{,}1{,}711\%)} \Rightarrow \\
&C = \frac{1.430.000}{15{,}38} \Rightarrow \\
&C = 92.977{,}89 \text{ ν.μ.}
\end{aligned}
$$

Επομένως, το ύψος των μηνιαίων δόσεων είναι 92.977,89 ν.μ..
Το Δ(18 , 1,711%) βρέθηκε από τον τύπο $\Delta(n,r)= [1-1/(1+r)^n]/r$.

Άσκηση 8

Η τράπεζα K – Bank χορηγεί δάνειο στην εταιρεία ABC ύψους €100.000 το οποίο θα αποπληρωθεί σε τέσσερις ετήσιες ίσες δόσεις ενώ, η πρώτη καταβολή, θα είναι σε ένα χρόνο από τη σύναψη του δανείου. Εάν το κόστος του χρήματος είναι 10%, να βρεθεί:

i) Ποια θα πρέπει να είναι η ετήσια καταβολή;

ii) Ποιο θα πρέπει να είναι το ύψος των τεσσάρων ίσων καταβολών αν η 1η καταβολή πληρωθεί αμέσως;

Λύση

i)

Η ετήσια καταβολή δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\text{Π.Α.} = C \times \Delta(n,r) \Rightarrow$$
$$C_1 = \text{Π.Α.}/\Delta(n,r) \rightarrow$$
$$C_1 = \frac{\text{Π.Α.}}{\Delta(4,10\%)} \Rightarrow$$
$$C_1 = \frac{100.000}{3.1699} \Rightarrow$$
$$C_1 = 31.546,74$$

Το ύψος της ετήσιας καταβολής είναι, επομένως, €31.546,74.

ii)

Αν η 1η καταβολή πληρωθεί αμέσως, τότε, το ύψος της ετήσιας καταβολής, σύμφωνα με τα αποτελέσματα του (i) ερωτήματος, είναι:

$$C_2 = \frac{C_1}{(1+r)^1} \Rightarrow$$
$$C_2 = \frac{31.547}{(1+0,10)^1} \Rightarrow$$
$$C_2 = 28.678,85$$

Σε αυτή την περίπτωση, η ετήσια δόση διαμορφώνεται στο ύψος των €28.678,85.

Άσκηση 9

Ποιο ποσό πρέπει να καταβάλλει ένας αποταμιευτής, στο τέλος κάθε χρόνου και, για 40 χρόνια έτσι, ώστε, να εισπράττει €10.000 κάθε χρόνο και «για πάντα»; Η πρώτη λήψη ξεκινά το 41^{o} χρόνο. Ο συντελεστής προεξόφλησης είναι 10%.

Λύση

Αρχικά, βρίσκουμε την παρούσα αξία των €10.000:

$$\text{Π.Α.} = \frac{\text{Μ.Α.}}{(1+r)^{n}} \Rightarrow$$

$$\text{Π.Α.} = \frac{10.000}{(1+0,10)^{40}} = €220,95$$

Στην συνέχεια, βρίσκουμε την ετήσια καταβολή, σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$\text{Π.Α.} = C \times \Delta(n,r) \Rightarrow C = \frac{\text{Π.Α.}}{\Delta(n,r)} \Rightarrow$$

$$C = \frac{\text{Π.Α.}}{\Delta(40,10\%)} \Rightarrow C = \frac{220,95}{9,779} \Rightarrow$$

$$C = €22,59$$

Επομένως, η ετήσια καταβολή (C) είναι €22,59.

Άσκηση 10

Χρειάζεστε 10.000.000 ν.μ. μετά από δεκαπέντε (15) χρόνια (τέλος 15^{ου} έτους), για να εξασφαλίσετε τις σπουδές του παιδιού σας. Η καλύτερη δυνατή και, με βεβαιότητα, επιλογή που έχετε σκεφτεί είναι, να καταθέτετε ίσα ποσά κάθε χρόνο σε έναν τραπεζικό λογαριασμό που αποδίδει τόκο 10%, με ετήσιο ανατοκισμό. Η πρώτη σας κατάθεση θα γίνει σήμερα (δηλαδή στην αρχή του πρώτου χρόνου).

i) Τι ποσό πρέπει να καταθέτετε κάθε χρόνο, για να έχετε συγκεντρώσει στο τέλος του 15^{ου} έτους το ποσό αυτό;

ii) Εάν ο ανατοκισμός ήταν εξαμηνιαίος, πώς θα διαμορφωνόταν η κατάθεσή σας;

iii) Εάν θελήσετε να μη κάνετε ετήσιες καταθέσεις, αλλά να καταθέσετε σήμερα μόνο ένα ποσό ώστε, μετά από 15 χρόνια, να πάρετε το ποσό των 15.000.000 ν.μ. που χρειάζεστε, ποιο θα είναι αυτό το ποσό σήμερα;

Λύση

i)

Υπολογίζουμε την Παρούσα Αξία των 10.000.000 ν.μ.:

$$\text{Π.Α.} = \frac{\text{Μ.Α.}}{(1+r)^n} \Rightarrow$$

$$\text{Π.Α.} = \frac{10.000.000}{(1+0,10)^{15}} \Rightarrow$$

$$\text{Π.Α.} = 2.393.920,49$$

Το ποσό που πρέπει να καταθέτετε (C), για να έχετε συγκεντρώσει, στο τέλος του $15^{ου}$ έτους, το ποσό των 10.000.000 ν.μ., δίνεται από τον τύπο:

$$\Pi.A. = C \times \Delta(n,r) \Rightarrow$$
$$C = \frac{\Pi.A.}{\Delta(15,10\%)} \Rightarrow$$
$$C = \frac{2.393.920,49}{7,6061} \Rightarrow$$
$$C = 314.737,769$$

ii)

Εάν ο ανατοκισμός ήταν εξαμηνιαίος τότε, η κατάθεση (C), θα διαμορφωνόταν ως εξής:

$$\Pi.A. = C \times \Delta(n,r) \Rightarrow$$
$$C = \frac{\Pi.A.}{\Delta(30,5\%)}$$
$$C = \frac{2.393.920,5}{15,3724} = 155.727,964 \text{ ν.μ.}$$

iii)

Υπολογίζουμε την Παρούσα Αξία των 15.000.000 ν.μ.:

$$\Pi.A. = \frac{M.A.}{(1+r)^n} \Rightarrow$$
$$\Pi.A. = \frac{15.000.000}{(1+0,10)^{15}} \Rightarrow$$
$$\Pi.A. = 3.590.880,74$$

Το ποσό που πρέπει να κατατεθεί σήμερα είναι, επομένως, 3.590.880,74 ν.μ..

Άσκηση 11

Η επικεφαλίδα μιας εφημερίδας γράφει:

«Ο ποδοσφαιριστής Χ υπέγραψε συμβόλαιο για 2 χρόνια, ύψους €1.400.000!!!!!!».

Όταν διαβάσετε το άρθρο θα ανακαλύψετε ότι, ο παίκτης θα εισπράττει €100.000 το χρόνο, για έξι χρόνια. Στη συνέχεια, θα εισπράττει €40.000 κάθε χρόνο και για 20 χρόνια.

Υποθέτοντας ότι το κόστος του χρήματος, σήμερα, είναι 10%, ποια είναι η Παρούσα Αξία (Π.Α.) του συμβολαίου του;

Λύση

Παρατηρούμε ότι:

6 χρόνια x €100.000 + 20 χρόνια x €40.000 = €1.400.000

Αρχικά, θα βρούμε την Παρούσα Αξία των €40.000:

$$\text{Π.Α.} = C \times \Delta(20,10\%) \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.} = 40.000 \times 8,5136 \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.} = 340.542,55$$

Παρατηρούμε ότι, €340.542,55 είναι η παρούσα αξία, με έτος "μηδέν" το $6^{ο}$ έτος, των €40.000 τα οποία καταβάλλονται από το $6^{ο}$ ως το $26^{ο}$ έτος. Στη συνέχεια, πρέπει να βρούμε την παρούσα αξία των €340.542,55:

$$\text{Π.Α.} = \frac{\text{Μ.Α.}}{(1+r)^n} \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.}_{1} = \frac{340.542,55}{(1+0,10)^6} \Rightarrow$$
$$\text{Π.Α.}_{1} = 192.227,39$$

Οπότε η παρούσα αξία των €40.000 είναι, €192.227,39.

Στη συνέχεια, θα βρούμε την παρούσα αξία των €100.000:

$$\begin{aligned}
&\text{Π.Α.} = C \times \Delta(6,10\%) \Rightarrow \\
&\text{Π.Α.}_2 = 100.000 \times 4,3553 \Rightarrow \\
&\text{Π.Α.}_2 = 435.526,07
\end{aligned}$$

Οπότε, η Παρούσα Αξία (Π.Α.) του συμβολαίου είναι:

$$\text{Π.Α.}_1 + \text{Π.Α.}_2 = 192.227,39 + 435.526,07 = \quad 627.753,461$$

Άσκηση 12

Ένας επενδυτής σκέφτεται να αγοράσει μια ομολογία με 5.000.000 ν.μ.. Εάν την αγοράσει, θα εισπράξει δέκα ετήσιες δόσεις των 580.000 ν.μ. η κάθε μία και η πρώτη δόση καταβάλλεται σε ένα χρόνο από σήμερα. Ποια είναι η απόδοση της ομολογίας;

Λύση

Όταν η χρονική ροή αποτελείται από ισόποσα μεγέθη (ράντες), τότε η Παρούσα Αξία (Π.Α.) όλης της χρονικής ροής δίνεται από τον τύπο:

$$\text{Π.Α.} = C \times \Delta(n, r)$$

όπου, Δ(n,r) είναι η παρούσα αξία μιας ράντας, δηλαδή 1 νομισματικής μονάδας, όταν το επιτόκιο είναι r και υπάρχουν n ετήσιες πληρωμές.

Η Παρούσα Αξία (Π.Α.) των τόκων που θα πληρωθούν για n χρόνια με επιτόκιο r, για μία νομισματική μονάδα, είναι:

$$r \times \Delta(n,r)$$

και η Παρούσα Αξία μιας νομισματικής μονάδας που θα πληρωθεί στο τέλος της n περιόδου είναι, $(1+r)^{-n}$.

Γνωρίζουμε, όμως, από παραπάνω, ότι:

$$r \times \Delta(n,r) + (1+r)^{-n} = 1$$

συνεπώς:

$$\Delta(n,r) = [1-(1+r)^{-n}]/r$$

Οι λεγόμενοι πίνακες Δ δίνουν τις τιμές Δ(n,r) για όλα τα n και r. Έχουμε:

$$\begin{aligned}&\text{Π.Α.} = C \times \Delta(n,r) \Rightarrow \\ &\Delta(n,r) = \text{Π.Α.}/C \Rightarrow \\ &\Delta(10,r) = 5.000.000/580.000 \Rightarrow \\ &\Delta(10,r) = 8,6207\end{aligned}$$

Ανατρέχοντας στο πίνακα Δ βρίσκουμε ότι, r≈3%. Συνεπώς, η απόδοση της ομολογίας είναι, περίπου, 3%.

Άσκηση 13

Η επιχείρηση "L" συνάπτει δάνειο στην τράπεζα "B – Bank" ύψους €500.000. Η εξόφληση του δανείου θα πραγματοποιηθεί σε 36 τετραμηνιαίες ισόποσες δόσεις. Αν το επιτόκιο χορηγήσεως του δανείου είναι 9%, να βρεθεί το ύψος της τετραμηνιαίας καταβολής αν η πρώτη δόση καταβληθεί σε ένα τετράμηνο από την σύναψη του δανείου.

Λύση

Το τετραμηνιαίο επιτόκιο είναι:

$$\frac{9\%}{3} = 3\%$$

Η εξόφληση του δανείου θα πραγματοποιηθεί σε 36 μήνες δηλαδή, σε 3 χρόνια ή σε $\frac{36}{3} = 12$ τετράμηνα.

Οπότε:

$$\Pi.A. = C \times \Delta(n,r) \Rightarrow$$
$$C = \frac{\Pi.A.}{\Delta(12, 3\%)} \Rightarrow$$
$$C = \frac{500.000}{9,954} \Rightarrow$$
$$C = 50.231,06$$

Η τετραμηνιαία καταβολή (C) θα είναι, €50.231,06.

Άσκηση 14

Ένας επενδυτής σκέφτεται να επιλέξει από το Χρηματιστήριο Αθηνών δύο μετοχές που έχουν και οι δύο τρέχουσα τιμή 100 ν.μ.. Αν ο επενδυτής γνωρίζει ότι, σε διάρκεια 5 ετών, η διακύμανση της τιμής των δύο μετοχών θα έχει ως εξής:

	0 έτος	**1^{ο} έτος**	**2^{ο} έτος**	**3^{ο} έτος**	**4^{ο} έτος**	**5^{ο} έτος**
1^{η} μετοχή	100	105	109	120	130	135
2^{η} μετοχή	100	104	107	117	130	145

Ποια από τις δύο μετοχές θα επιλέξει;

Λύση

Εάν η επένδυση έχει χρονικό ορίζοντα έως και τέσσερα έτη, ο επενδυτής θα επιλέξει την $1^{η}$ μετοχή γιατί έχει μεγαλύτερη τιμή. Εάν ο χρονικός ορίζοντας της επένδυσης είναι πέντε έτη, τότε θα επιλέξει την $2^{η}$ μετοχή γιατί έχει μεγαλύτερη τιμή.